



Licenciatura em Física
Instituto de Física - UFRJ

MONOGRAFIA DE FINAL DE CURSO

A ÓRBITA DA LUA VISTA DO SOL

Douglas Brandão Baroni

Orientador
Carlos Eduardo Aguiar

Novembro 2006

Agradecimentos

Agradeço a meus pais e minhas irmãs por todo carinho, apoio e incentivo em todos os momentos. Ao Professor Carlos Eduardo pela dedicação e atenciosa orientação, e a Professora Marta Feijó por todo auxílio e apoio fornecidos. A todos os meus amigos, em especial a Luciana Dutra pelo incansável ombro amigo nos momentos mais difíceis. Minha profunda gratidão a todos aqueles que de maneira direta ou indireta contribuíram para a realização deste trabalho.

Resumo

O movimento da Lua tem aspectos pouco intuitivos quando observado de um referencial fixo no Sol. Existem muitas concepções errôneas sobre este movimento, encontradas em vários textos de referência e aceitas pela maioria das pessoas como parte do senso comum. Neste trabalho nós discutimos porque as noções usuais sobre a trajetória da Lua em torno do Sol estão erradas, e apresentamos uma descrição simples da geometria da órbita lunar.

Índice

1. Introdução.....	5
2. Forças Terra-Lua e Sol-Lua: a curvatura da órbita lunar.....	7
3. Concepções errôneas sobre a órbita da Lua vista do Sol.....	10
4. Pesquisa de opinião: como é a órbita da Lua?.....	13
5. Modelo cinemático da órbita da Lua	18
6. A forma da órbita da Lua.....	23
7. Órbitas em potenciais centrais atrativos	28
8. Comentários Finais	30

1. Introdução

O objetivo deste trabalho é discutir a órbita da Lua tal como é vista de um referencial fixo no Sol. Existem várias noções intuitivas sobre esta órbita, provavelmente vindas de analogias feitas com problemas de natureza semelhante. Como veremos, estas noções estão freqüentemente erradas. Uma possível origem para o erro é que a idéia usual de satélite enfatiza naturalmente a força que a Terra faz sobre a Lua e tende a ignorar o papel da interação Sol-Lua. O problema é que a força Sol-Lua é bem *maior* que a força Terra-Lua. Isso cria restrições sobre o tipo de movimento que a Lua pode apresentar quando observada do Sol, dando à órbita neste referencial um aspecto que, para a maioria das pessoas, parece surpreendente e pouco intuitivo. Nós confirmamos este último aspecto fazendo uma “pesquisa de opinião” entre alunos e professores do Instituto de Física da UFRJ. Os resultados mostraram que a grande maioria tinha uma idéia qualitativamente errada a respeito da órbita da Lua vista do Sol. O mais curioso é que o mesmo equívoco pode ser encontrado em livros-texto e enciclopédias bem conhecidos.

Esta questão já foi abordada anteriormente. A primeira vez que ouvimos falar do problema foi em um trabalho de iniciação científica orientado por Carlos Farina, do IF-UFRJ (infelizmente não recordamos o nome dos alunos...). Há também um interessante artigo de Antonio Teixeira Jr [Tei80] que discute a trajetória da Lua vista do Sol, aponta várias fontes bibliográficas contendo equívocos a esse respeito e propõe atividades sobre o tema para sala de aula.

No presente trabalho nós discutimos um modelo simples para a órbita de um satélite vista do Sol, e analisamos em que condições ela terá o aspecto pouco intuitivo apresentado pela Lua. O modelo é implementado em uma simulação computacional que permite desenhar a órbita e estudar a sua forma. Com a simulação podemos não apenas visualizar a órbita “real” da Lua, mas, principalmente, modificá-la de modo a realçar os aspectos que a tornam tão pouco intuitiva.

Esta monografia está organizada da seguinte maneira. Na seção 2 discutimos as forças que agem sobre a Lua e seu papel na definição da forma geométrica da órbita. Na seção 3 mostramos exemplos tirados de diversas publicações, onde a forma da órbita da Lua é apresentada de maneira equivocada. Na seção 4 apresentamos a “pesquisa de opinião” sobre a órbita da Lua e discutimos seus

resultados. O modelo simplificado que usamos para descrever as órbitas planetárias é tratado na seção 5. A forma geométrica da órbita da Lua é analisada em detalhe na seção 6, com auxílio de simulações computacionais. Na seção 7 veremos como os mesmos erros encontrados na discussão da órbita da Lua podem ser cometidos em outros contextos. Alguns comentários e observações finais estão na seção 8.

2. Forças Terra-Lua e Sol-Lua: a curvatura da órbita lunar

As principais forças que atuam sobre a Lua são as atrações gravitacionais da Terra e do Sol. Podemos calcular essas forças com os seguintes dados:

Distância Média Lua-Terra (D_{LT}) = $3,85 \times 10^8$ m

- Apogeu: $4,08 \times 10^8$ m;

- Perigeu: $3,61 \times 10^8$ m;

Distância Média Sol-Terra (D_{ST}) = $1,50 \times 10^{11}$ m

- Afélio: $1,52 \times 10^{11}$ m;

- Periélio: $1,47 \times 10^{11}$ m;

Massa do Sol (M_S) = $1,99 \times 10^{30}$ Kg

Massa da Terra (M_T) = $5,98 \times 10^{24}$ Kg

Massa da Lua (M_L) = $7,35 \times 10^{22}$ Kg

$G = 6,672 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{Kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$

Para calcular a força que a Terra exerce sobre a Lua, vamos fazer uma aproximação e supor que a órbita é circular (com o apogeu e perigeu dados acima vemos que o erro cometido é da ordem de 5%). Assim, a força de atração entre a Terra e a Lua terá módulo constante e igual a:

$$F_{TL} = G \frac{M_T M_L}{D_{TL}^2} = 2,0 \times 10^{20} \text{ N}$$

Para obter a força exercida pelo Sol sobre a Lua vamos proceder de maneira semelhante. A distância Lua-Terra é muito menor que a distância Terra-Sol; é menor

até que a diferença entre o afélio e periélio terrestres. Portanto, com um erro inferior a 2%, podemos calcular a força Sol-Lua como sendo:

$$F_{SL} = G \frac{M_s M_L}{D_{SL}^2} = 4,4 \times 10^{20} \text{ N}$$

A comparação dos valores obtidos acima leva a uma conclusão surpreendente: *a força Sol-Lua é maior que a força Terra-Lua*. (Note que a diferença é tão grande, $F_{SL} \approx 2F_{TL}$, que as aproximações feitas no cálculo das forças não comprometem a comparação). Isto significa que, quando a Lua está entre a Terra e o Sol, a força resultante aponta no sentido do Sol (veja a figura 2.1).

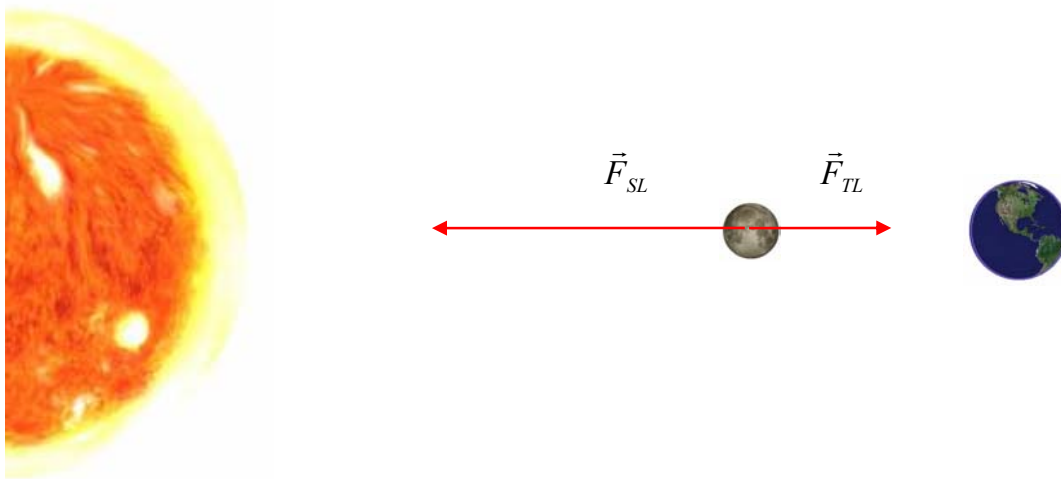


Figura 2.1. Forças sobre a Lua quando ela está entre a Terra e o Sol.

Se a força resultante aponta no sentido do Sol, segue um resultado importante: quando a Lua está entre a Terra e o Sol, a concavidade da sua trajetória deve ficar voltada para o Sol, como mostra a figura 2.2.

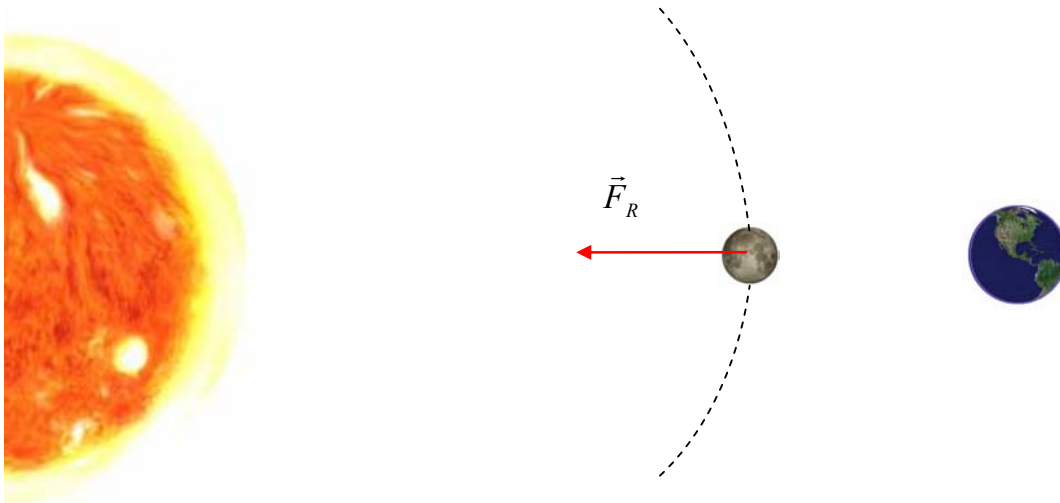


Figura 2.2. Curvatura da trajetória da Lua quando ela está entre a Terra e o Sol.

Este resultado para a curvatura é surpreendente para muitas pessoas. Como veremos nas próximas seções, a maioria acredita que a trajetória da Lua tem formas incompatíveis com a figura 2.2. Um motivo para isso é que, em geral, tendemos a acreditar que a força Terra-Lua é muito maior que a força Sol-Lua – algo que já vimos ser falso. Outra razão é que é difícil entender como a Lua pode girar em torno da Terra mantendo a curvatura de sua trajetória sempre voltada para o Sol. Este último aspecto nos leva à questão que trataremos mais à frente: como é a órbita da Lua vista do Sol?

3. Concepções errôneas sobre a órbita da Lua vista do Sol

A forma da órbita da Lua, vista de um referencial fixo no Sol, não é um assunto geralmente abordado por livros. Mas, quando isso ocorre, freqüentemente encontramos trajetórias representadas incorretamente.

Um exemplo está no livro de Alonso & Finn [Alo72], bem conhecido dos alunos de Física. No capítulo sobre cinemática, ao falar sobre referenciais ele exibe a trajetória mostrada na figura 3.1.

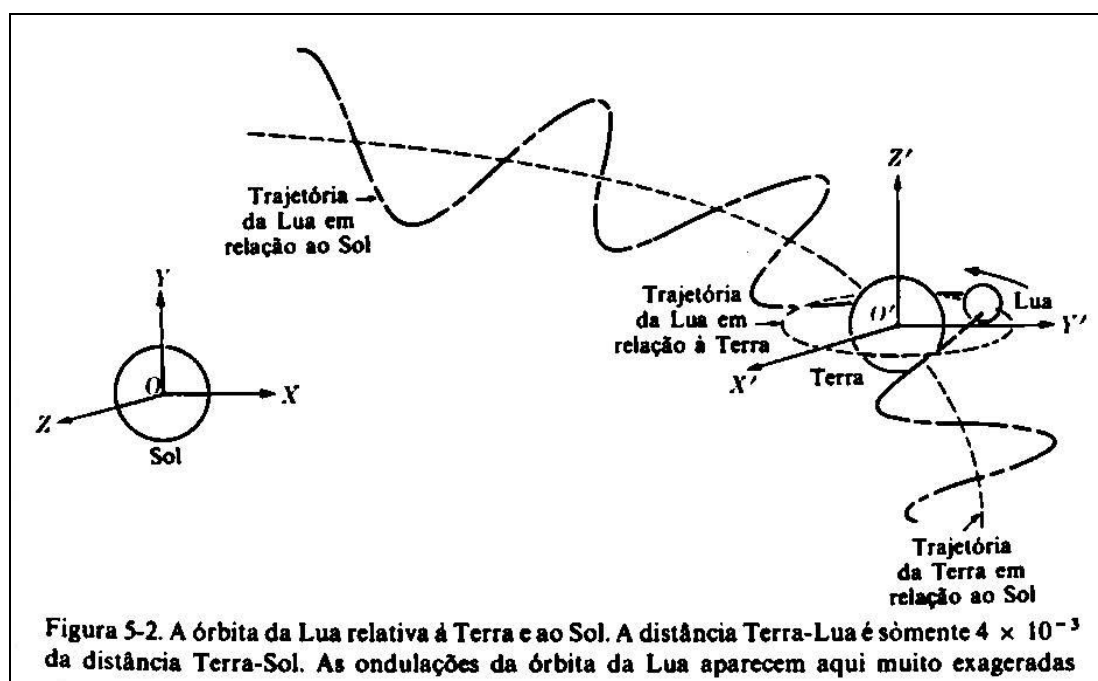


Figura 3.1. Órbita da Lua segundo Alonso e Finn [Alo72].

A trajetória mostrada na figura 3.1 não está de acordo com o que vimos na seção anterior: quando a Lua está entre a Terra e o Sol, a curvatura da trajetória está voltada para a Terra e não para o Sol, como deveria ser.

Problemas semelhantes podem ser encontrados até em publicações dedicadas à astronomia. A figura 3.2 mostra a representação da órbita da Lua que está no *Larousse Astronomy* [Cot87]. Novamente vemos que a curvatura está erroneamente representada.

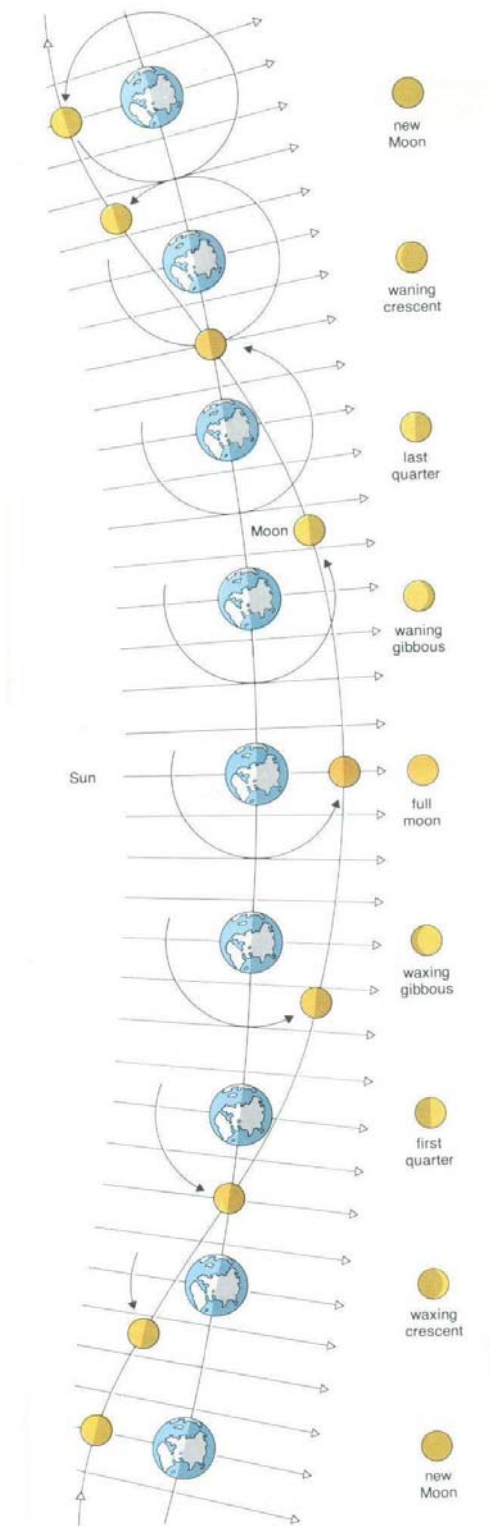


Figura 3.2. A órbita da Lua segundo o *Larousse Astronomy* [Cot87].

A internet, como não podia deixar de ser, também tem casos de órbitas mal desenhadas, inclusive em *sites* respeitáveis. Um exemplo é o do *National Maritime Museum* (UK), em <http://www.nmm.ac.uk>, de onde tiramos a figura 3.3 (no *site*, procurar em Learning / E-learning / GCSE Astronomy / The Sun & Moon / The Moon's movement). Podemos observar o mesmo defeito dos casos anteriores.

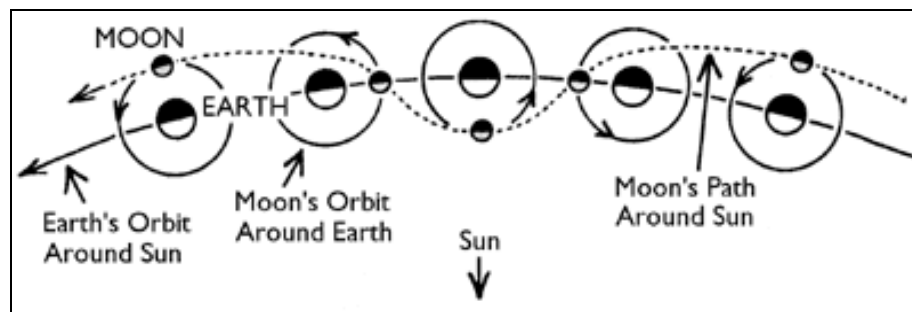


Figura 3.3. A órbita da Lua segundo o *National Maritime Museum* (<http://www.nmm.ac.uk>).

Mais exemplos de publicações que tratam da órbita da Lua de maneira equivocada podem ser encontrados em [Tei80].

4. Pesquisa de opinião: como é a órbita da Lua?

Uma descrição simplificada da trajetória da Lua ao redor do Sol é obtida com a combinação de dois movimentos de rotação: a Lua girando em torno da Terra, e a Terra girando em torno do Sol. Movimentos parecidos já eram descritos por volta de 270 a.C. na Grécia, quando se introduziu a idéia dos “epíclis”.

Para entender o que são epíclis, podemos fazer a seguinte analogia. Imagine uma criança em um carrossel, que está girando. A criança segura um barbante com uma pedra amarrada na ponta. Ela gira a pedra sobre sua cabeça, fazendo-a descrever um círculo no plano horizontal. Para um observador fora do carrossel, a trajetória descrita pela pedra será a composição de dois movimentos: a rotação da pedra em torno da criança, e a rotação da criança junto com o carrossel, como pode ser visto na figura 4.1.

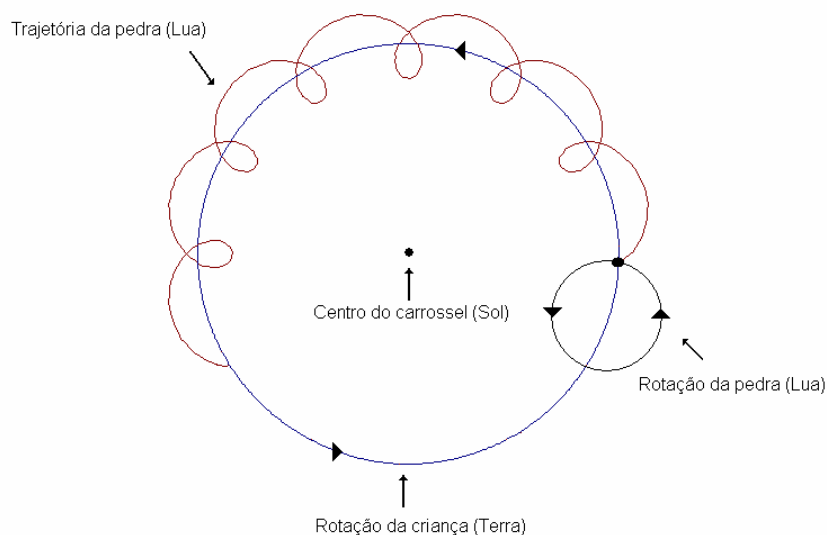


Figura 4.1. Epíclis.

Na figura 4.1, os movimentos circulares possuem o mesmo sentido de rotação. Outra possibilidade, onde os movimentos de rotação têm sentidos opostos, está mostrada na figura 4.2. Mais uma situação está na figura 3.3, e corresponde a um “alongamento” da trajetória da figura 3.1.

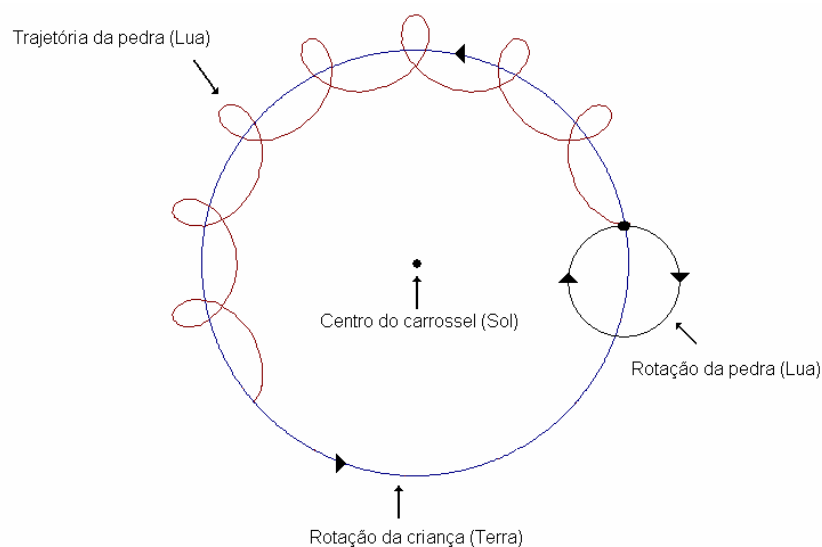
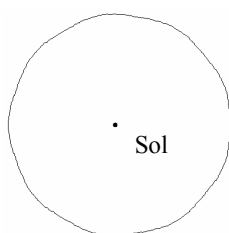


Figura 4.2. Rotações em sentidos opostos.

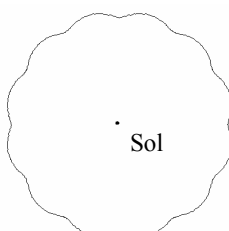
Como veremos a seguir, a maioria das pessoas parece recorrer a uma dessas analogias quando tenta imaginar como seria a órbita da Lua vista do Sol. Nós verificamos isso fazendo uma pequena pesquisa entre alunos e professores do Instituto de Física da UFRJ (participaram 14 professores e 38 alunos de graduação, totalizando 52 pessoas). A questão apresentada aos participantes foi a seguinte:

Qual das trajetórias abaixo melhor representa a trajetória da Lua, vista de um referencial fixo no Sol?

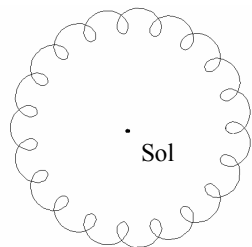
a)



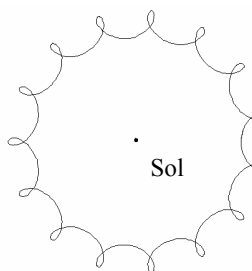
b)



c)



d)



Como já discutimos na seção anterior, as opções B, C e D são incorretas, pois em nenhuma delas a curvatura da órbita está sempre voltada para o Sol. A resposta certa é a opção A.

A tabela 4.1 mostra os resultados obtidos.

Respostas			
Opção	Professores	Alunos	Total
A	2	2	4
B	4	16	20
C	6	7	13
D	0	6	6
C ou D	2	7	9

Tabela 4.1. Respostas ao questionário.

Os gráficos das figuras 4.3 e 4.4 mostram os resultados da pesquisa divididos em professores e alunos:

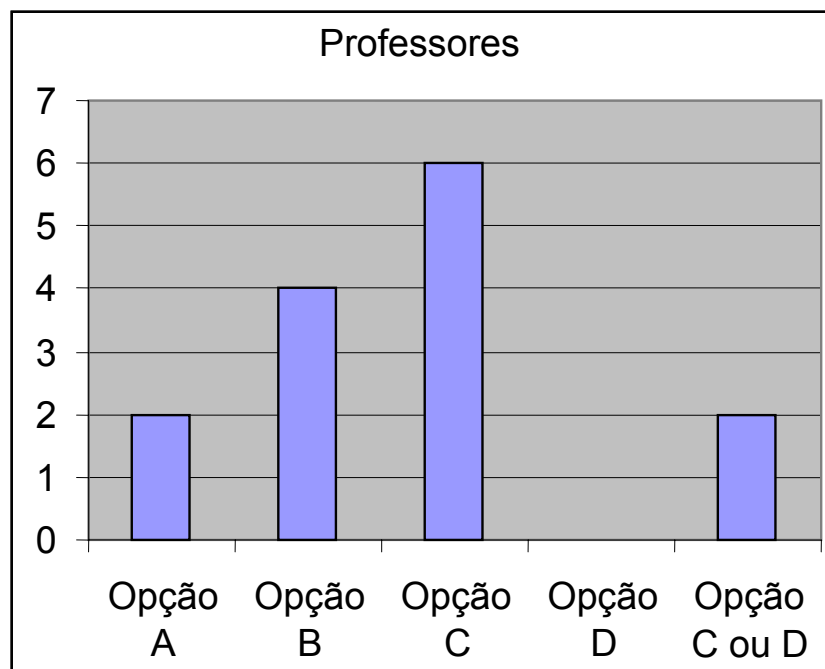


Figura 4.3. Respostas dos professores ao questionário.

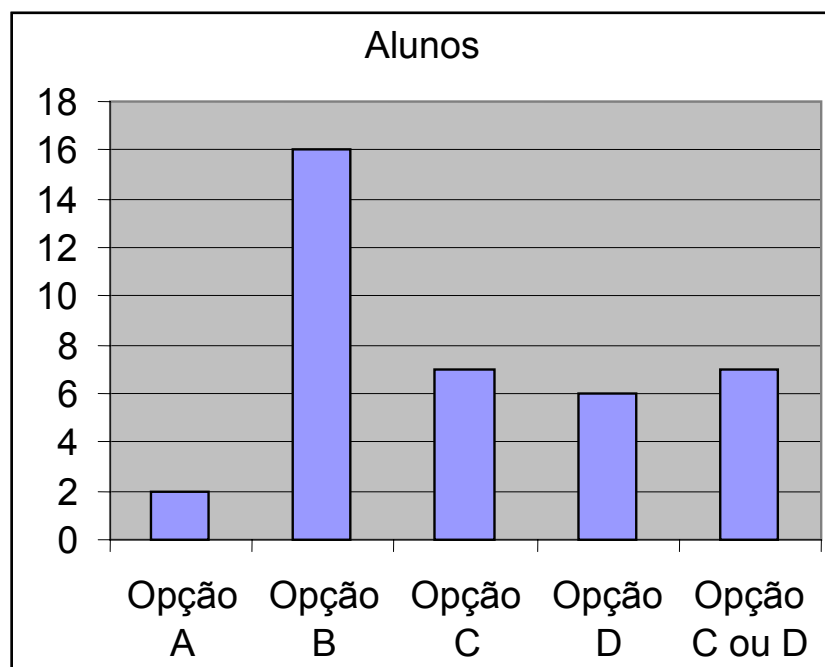


Figura 4.4. Respostas dos alunos ao questionário.

O gráfico a seguir mostra o resultado geral da pesquisa:

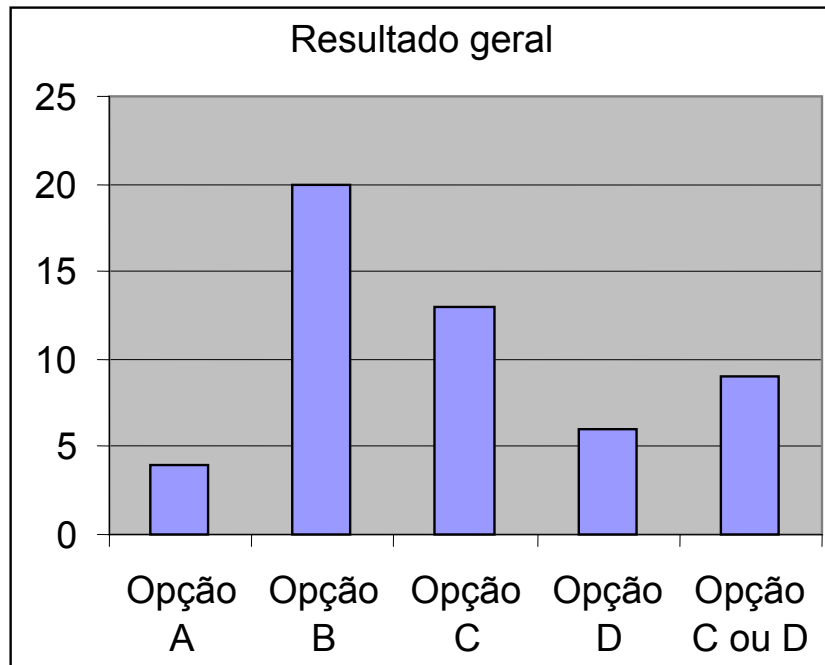


Figura 4.5. Respostas ao questionário (resultado geral).

Vemos desses resultados que mais de 90% dos consultados têm uma noção (qualitativa!) incorreta sobre como a Lua se move em torno do Sol. Mesmo entre os professores a percentagem de respostas erradas é alta, maior que 85%.

5. Modelo cinemático da órbita da Lua

Como vimos nas seções anteriores, muitas pessoas têm uma idéia errônea sobre a maneira como a Lua se move em torno do Sol. Um dos motivos para isso é a dificuldade em imaginar como a Lua pode girar em torno da Terra e ao mesmo tempo, ter uma trajetória que sempre se curva na direção do Sol. Para verificar que tipo de movimento a Lua descreve em torno do Sol, vamos discutir nesta seção um modelo aproximado da trajetória que permite obter resultados analíticos simples. Na próxima seção implementaremos o modelo em uma simulação computacional.

No modelo, fazemos a aproximação de que as órbitas da Terra em torno do Sol e da Lua em torno da Terra são circulares, já que elas possuem excentricidades muito pequenas (0,017 para a Terra e 0,055 para a Lua). Também supomos que todos os movimentos estão em um mesmo plano, pois a órbita da Lua em torno da Terra está inclinada de apenas uns 6° em relação à órbita da Terra em torno do Sol.

Os parâmetros do modelo são o raio e a frequência angular das órbitas da Terra (R, Ω) e da Lua (r, ω).

Desta forma, para um observador fixo na Terra, o movimento da Lua pode ser descrito da seguinte maneira:

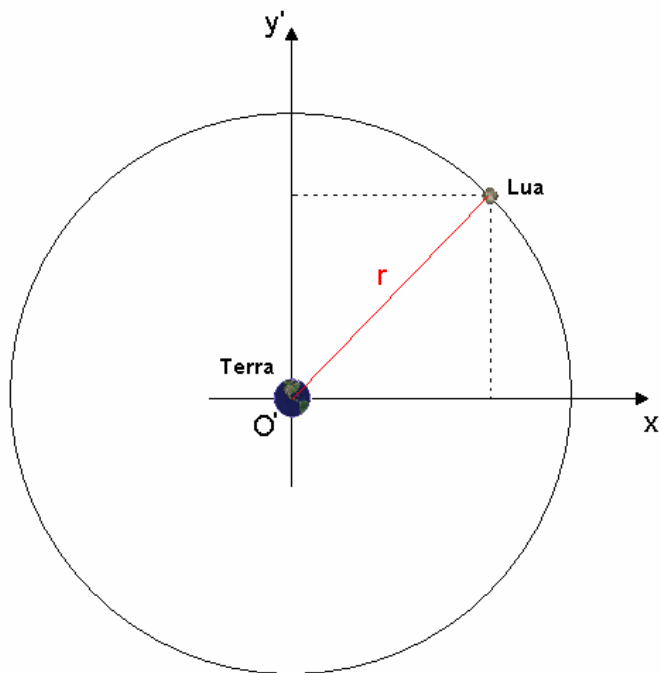


Figura 5.1. Descrição feita com o observador fixo na Terra.

Para este observador fixo na Terra, teremos as seguintes equações de movimento para a Lua:

$$x' = r \cos(\varpi t)$$

$$y' = r \sin(\varpi t)$$

O movimento da Lua visto do Sol é, então, a composição de dois movimentos circulares uniformes, o movimento da Lua em torno da Terra e o movimento da Terra em torno do Sol:

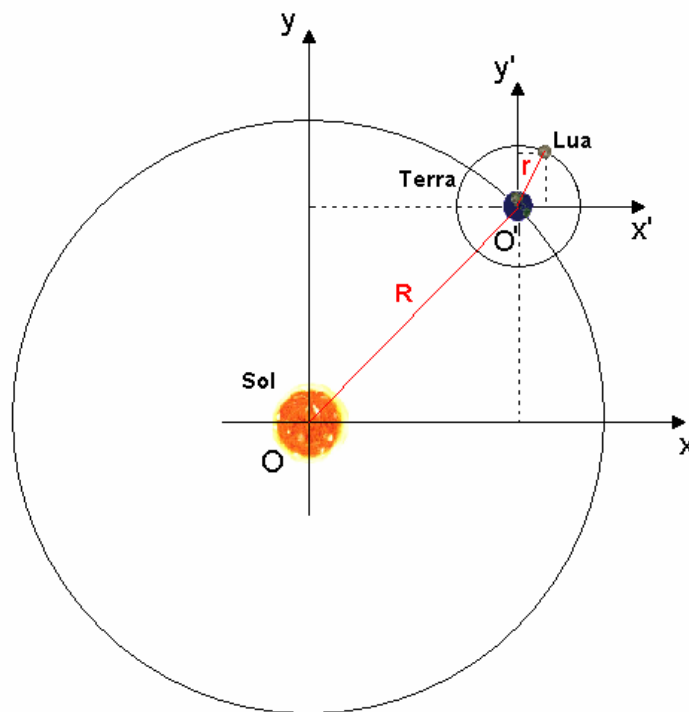


Figura 5.2. Descrição feita com o observador fixo no Sol.

Definindo o Sol como o referencial, a equação de movimento da Lua é dada por:

$$\begin{cases} x = R \cos(\Omega t) + r \cos(\varpi t) \\ y = R \sin(\Omega t) + r \sin(\varpi t) \end{cases} \quad (1)$$

Esses parâmetros não são independentes – eles estão relacionados pela lei de Newton da Gravitação. Para o sistema Terra-Sol temos:

$$G \frac{M_s}{R^2} = \Omega^2 R$$

ou seja,

$$\boxed{GM_s = \Omega^2 R^3}$$

Para o sistema Lua-Terra temos um resultado análogo,

$$\boxed{GM_T = \varpi^2 r^3}$$

Com isso chegamos à relação

$$\boxed{\left(\frac{\varpi}{\Omega}\right)^2 \left(\frac{r}{R}\right)^3 = \frac{M_T}{M_s}} \quad (2)$$

Deve ser enfatizado que a relação acima é apenas uma aproximação, em que o sistema de três corpos Sol-Terra-Lua é tratado como dois sistemas independentes de dois corpos: Sol-Terra e Terra-Lua. O nosso modelo “cinemático” está todo baseado nessa aproximação, que tem a vantagem de simplificar enormemente a análise do problema.

Vamos usar o modelo acima para estudar em que condições a órbita da Lua terá a curvatura voltada para o Sol. Para que isso aconteça, o vetor aceleração da Lua (no referencial do Sol), $\vec{a}(t)$, deve ser tal que:

$$\vec{a}(t) \cdot \vec{r}(t) < 0$$

onde $\vec{r}(t)$ é a posição da Lua em relação ao Sol. Diferenciando as equações de movimento (1), concluímos que a aceleração é dada por:

$$\begin{aligned}a_x &= -\Omega^2 R \cos(\Omega t) - \varpi^2 r \cos(\varpi t) \\a_y &= -\Omega^2 R \sin(\Omega t) - \varpi^2 r \sin(\varpi t)\end{aligned}$$

de modo que a condição $\vec{a} \cdot \vec{r} < 0$ fica:

$$-\Omega^2 R^2 - \varpi^2 r^2 - (\Omega^2 + \varpi^2) Rr (\cos(\Omega t) \cos(\varpi t) + \sin(\Omega t) \sin(\varpi t)) < 0$$

ou ainda,

$$\Omega^2 R^2 + \varpi^2 r^2 + (\Omega^2 + \varpi^2) Rr \cos(\Omega t - \varpi t) > 0$$

Esta condição só será válida para todo instante t se:

$$\Omega^2 R^2 + \varpi^2 r^2 - (\Omega^2 + \varpi^2) Rr > 0$$

que também pode ser escrita como:

$$\Omega^2 R(R - r) > \varpi^2 r(R - r)$$

ou seja, já que $R > r$,

$$\boxed{\Omega^2 R > \varpi^2 r} \quad (3)$$

Esta condição diz, essencialmente, que a aceleração centrípeta da Terra em torno do Sol deve ser maior que a da Lua em torno da Terra – um resultado tão simples que poderíamos tê-lo usado como ponto de partida. Combinando as

equações (2) e (3) encontramos que a curvatura da órbita lunar estará sempre voltada para o Sol quando:

$$r > R \sqrt{\frac{M_T}{M_S}} \quad (4)$$

É útil definir o raio limite que separa as trajetórias “côncavas” e “convexas”,

$$R_0 = R \sqrt{\frac{M_T}{M_S}}$$

de modo que a condição (4) pode ser escrita como

$$r > R_0$$

Para a Terra, o raio limite é $R_0 = 2,6 \times 10^8$ m. Como o raio (médio) da órbita lunar é $r = 3,8 \times 10^8$ m, vemos que $r > R_0$, ou seja, a curvatura da órbita da Lua está sempre voltada para o Sol.

É interessante estudar o que acontece com os satélites dos outros planetas. A tabela 5.1 mostra os valores de R_0 para os 8 planetas do sistema solar (note que já rebaixamos Plutão). O número de satélites de cada planeta, e quantos têm órbitas com $r > R_0$ (na verdade, semi-eixo maior $> R_0$), também estão mostrados na tabela.

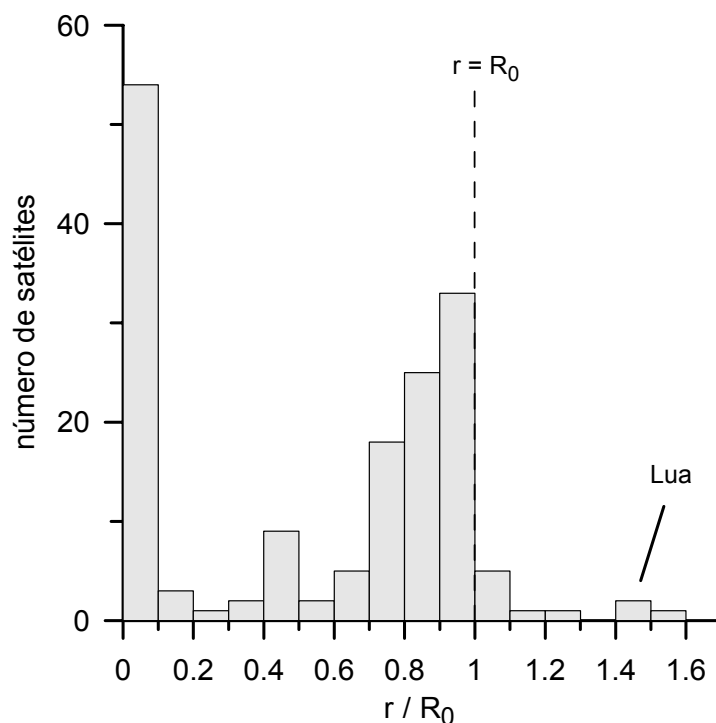
Planeta	<i>Mercúrio</i>	<i>Vênus</i>	<i>Terra</i>	<i>Marte</i>	<i>Júpiter</i>	<i>Saturno</i>	<i>Urano</i>	<i>Netuno</i>
R_0 (m)	2.3×10^7	1.7×10^8	2.6×10^8	1.3×10^8	2.4×10^{10}	2.4×10^{10}	1.9×10^{10}	3.2×10^{10}
Número de satélites	0	0	1	2	63	56	27	13
Satélites com $r > R_0$	---	---	1	0	5	1	1	2

Tabela 5.1. O raio limite R_0 e a fração de satélites com $r > R_0$, para os planetas do sistema solar.

Podemos ver da tabela 5.1 que, dos 162 satélites planetários existentes no sistema solar, apenas 10 têm órbitas com $r > R_0$; ou seja, órbitas como a da Lua são exceções no sistema solar.

É interessante comparar as distâncias dos satélites aos planetas, usando o raio limite R_0 (de cada planeta) como padrão. O histograma da figura 5.1 como os valores de r/R_0 estão distribuídos entre os 162 satélites. Dois aspectos curiosos dessa distribuição são a grande concentração de satélites com $0.7R_0 < r < R_0$ (76 dos 162 estão nessa faixa) e a queda abrupta observada em $r > R_0$. Não temos a menor idéia de por que isso ocorre (se é que existe um motivo).

A Lua é o satélite com o segundo maior valor de r/R_0 ($=1.48$). Ela só perde para um satélite de Netuno, S/2002N4, que tem $r/R_0 = 1.50$.



6. A forma da órbita da Lua

Nesta seção nós vamos estudar a forma da trajetória da Lua em torno do Sol. Para isso desenvolvemos uma simulação computacional baseada no modelo cinemático da seção anterior. A simulação foi construída com o Modellus, um programa de modelagem matemática para uso no ensino médio, desenvolvido por Vitor Teodoro [Teo03] e disponível em <http://phoenix.sce.fct.unl.pt/modellus/>. O modelo usado está mostrado na figura 6.1, e vemos que ele consiste basicamente das equações para a posição $\vec{r}(t)$ e aceleração $\vec{a}(t)$ discutidas na seção 5.

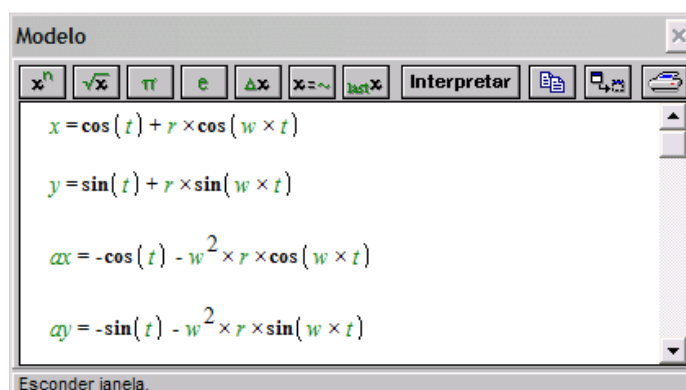


Figura 6.1. Modelo da órbita lunar no Modellus.

As unidades que usamos no modelo computacional são tais que $R = 1$ e $\Omega = 1$. Nessas unidades, a frequência angular da Lua vale $\varpi = 13,4$ e o raio da órbita lunar é $r = 0,00256$. Em outras palavras: em um ano a Lua dá aproximadamente 13 voltas em torno da Terra, e a distância Terra-Lua é cerca de 400 vezes menor que a distância Terra-Sol. Este último resultado mostra que, se desenharmos o sistema Terra-Lua-Sol em uma mesma escala, as variações de posição da Lua em relação à Terra não se tornam visíveis, e a órbita da Lua vista do Sol se confunde com a da Terra. A simulação no Modellus mostra isso: na figura 6.2 está a órbita da Lua em torno do Sol, e ela parece indistinguível de um círculo (a órbita da Terra).

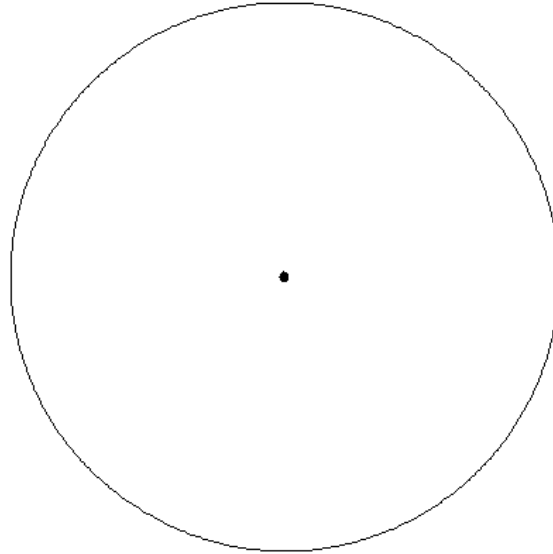


Figura 6.2. Órbita da Lua em torno do Sol.

Mas nós sabemos, pela própria construção do modelo, que a órbita da Lua não é circular. Isso fica evidente quando estudamos o comportamento do vetor aceleração. A figura 6.3 mostra a aceleração $\vec{a}(t)$ calculada pelo modelo em diversos pontos da trajetória. Está claro que o movimento da Lua tem pontos de alta aceleração intercalados com pontos de baixa aceleração. Nos primeiros, a Terra está entre a Lua e o Sol; nos últimos, a Lua está entre a Terra e o Sol. Isso significa que a trajetória da Lua tem, alternadamente, pontos de alta e baixa curvatura – nesse sentido ela se assemelha a um polígono com vértices e lados arredondados.

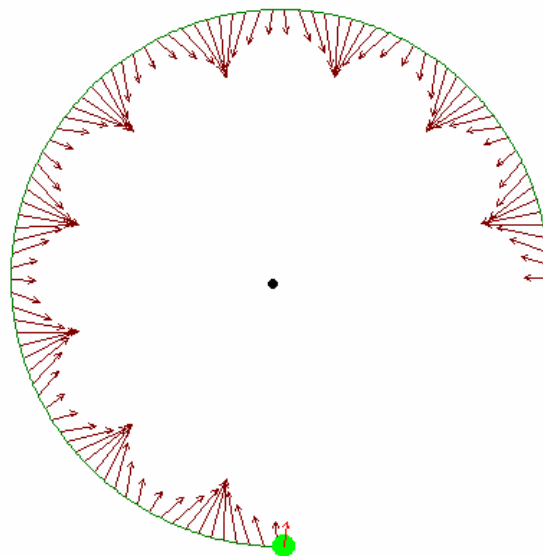


Figura 6.3. O vetor aceleração ao longo da órbita da Lua, no referencial do Sol.

O aspecto “poligonal” da órbita lunar ficaria acentuado se a sua distância à Terra fosse igual ao raio limite R_0 que discutimos na seção 5. Neste caso a aceleração seria nula quando a Lua estivesse entre a Terra e o Sol e, portanto, nas proximidades desse ponto a trajetória seria aproximadamente uma reta. A figura 6.4 mostra essa trajetória, obtida fazendo $r = 1/\varpi^2$ na simulação do Modellus (o raio limite é $r = R \Omega^2/\varpi^2$, e as unidades do programa são $R = \Omega = 1$). Para que a órbita ficasse fechada nós tomamos $\varpi = 13$ em vez de 13,4.

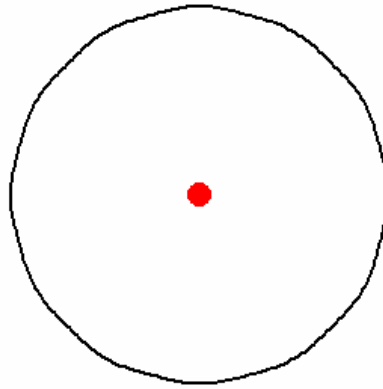


Figura 6.4. Órbita limite para $\varpi = 13$.

O aspecto “poligonal” da órbita mostrada na figura 6.4 é um pouco mais perceptível que o da verdadeira órbita lunar, mas não muito. Essa característica fica mais visível se considerarmos órbitas limite com menores frequências ϖ , ou seja, maiores valores de r . A figura 6.5 mostra a órbita limite para $\varpi = 9$; podemos agora notar claramente o aspecto “poligonal” a que nos referimos: a órbita se assemelha a um octágono (número de lados = $\varpi - 1 = 8$). Para $\varpi = 7$ temos o “hexágono” mostrado na figura 6.6. Exemplos de órbitas “pentagonais” ($\varpi = 6$), “quadradas” ($\varpi = 5$) e “triangulares” ($\varpi = 4$) estão nas figuras 6.7, 6.8 e 6.9.

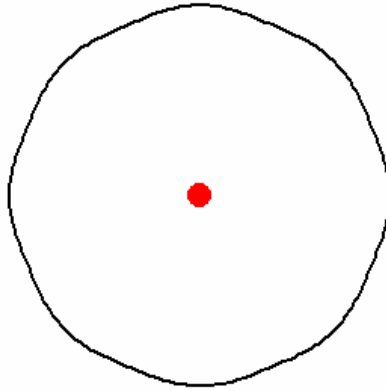


Figura 6.5. Órbita limite para $\varpi = 9$

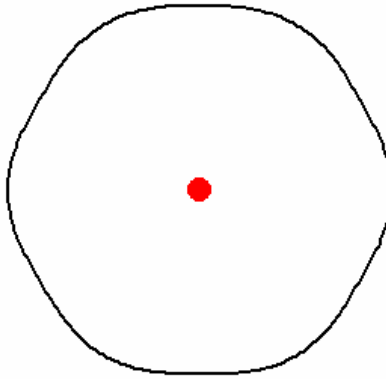


Figura 6.6. Órbita limite para $\varpi = 7$

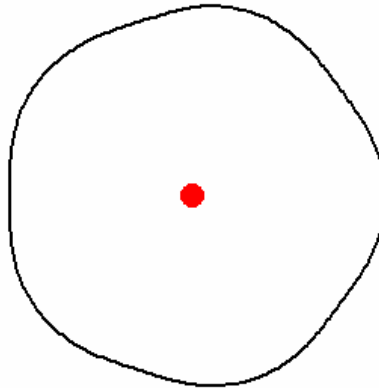


Figura 6.7. Órbita limite para $\varpi = 6$

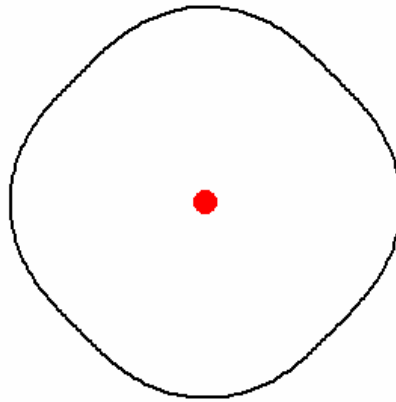


Figura 6.8. Órbita limite para $\varpi = 5$

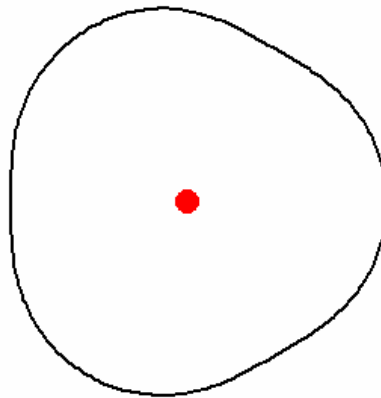


Figura 6.9. Órbita limite para $\varpi = 4$

7. Órbitas em potenciais centrais atrativos

O equívoco sobre a órbita da Lua que discutimos nas seções anteriores aparece, em diferentes formas, em muitos outros lugares. Um exemplo “clássico” é o do movimento sob a ação de forças centrais atrativas. A figura 7.1 mostra a órbita de uma partícula sob a ação de uma força $F = -k r^n$, tal como é apresentada em um dos livros-texto mais usados nos cursos de Física, o *Classical Mechanics* de H. Goldstein [Gol02]. Podemos observar o mesmo erro cometido no caso da órbita lunar: se a força aponta sempre para o centro, a curvatura da órbita não pode estar voltada para fora.

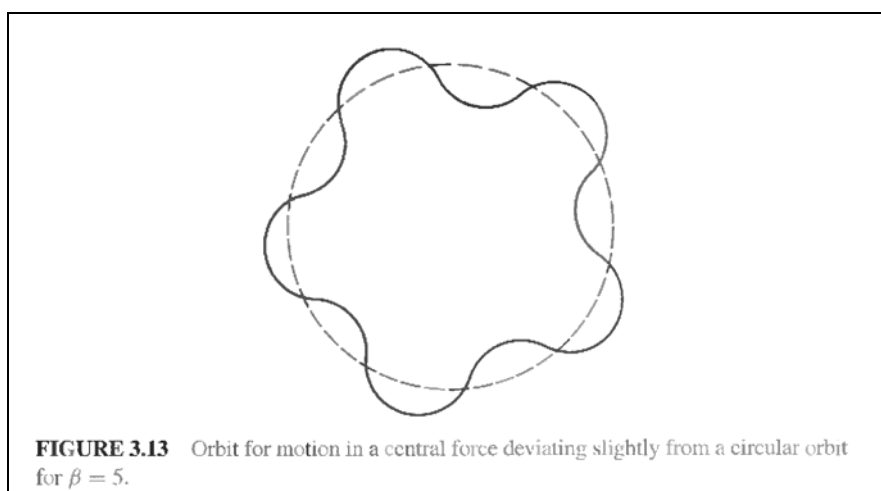


Figura 7.1. Órbita em um potencial central atrativo, segundo Goldstein [Gol02].

O mais curioso é que, nas edições mais recentes do Goldstein, a figura errada foi promovida para a capa do livro, como mostra a figura 7.2. Esse equívoco já foi bastante comentado em vários lugares [Tie03, Poo05, Nau05, Ra04], e portanto não nos deteremos nele. A primeira menção que ouvimos a esse erro no Goldstein foi feita (bem antes das referências acima) em um trabalho de iniciação científica orientado por Carlos Farina, do IF-UFRJ.

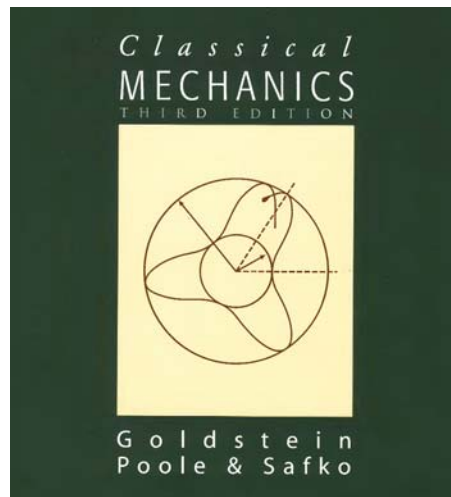


Figura 7.2. Capa de *Classical Mechanics* [Gol02], mostrando uma órbita num potencial atrativo.

É interessante notar que Newton não cometeu esse erro. A figura 7.3 mostra parte de uma carta enviada por Newton a Hooke em 1679. O diagrama desenhado na carta é a órbita de uma partícula sob a ação de uma força central atrativa diferente de $F = -k / r^2$. Podemos ver que Newton esboçou a órbita da partícula mantendo a curvatura da trajetória sempre voltada para o centro.

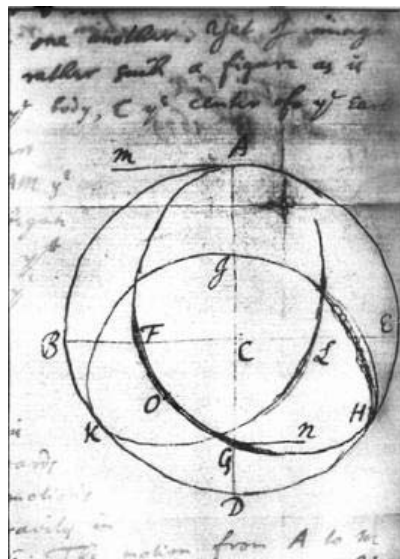


Figura 7.3. Diagrama de Newton numa carta a Hooke (1679).

8. Comentários Finais

O objetivo deste trabalho foi explorar uma questão que nos é muito próxima, mas que ainda tem aspectos surpreendentes para muitas pessoas: a órbita da Lua. Vimos com nossa pequena “pesquisa de opinião” que a maioria das pessoas têm uma idéia errônea sobre como é a órbita da Lua vista do Sol. Provavelmente, existem vários motivos para isso: (1) a analogia com situações semelhantes, mas não idênticas (a criança no carrossel da seção 4, por exemplo); (2) os erros sobre o assunto contidos em livros-texto e outras publicações; e (3) a dificuldade em imaginar como é possível que a Lua gire em torno da Terra e, ao mesmo tempo, tenha uma trajetória que se curve sempre para o Sol. Nós tentamos abordar esta última dificuldade usando um modelo simples (e aproximado) para a trajetória da Lua em torno do Sol. Com esse modelo, nós investigamos em que condições a órbita de um satélite tem a forma pouco intuitiva apresentada pela Lua. Vimos que a imensa maioria dos satélites planetários do sistema solar tem órbitas do tipo que as pessoas consideram “normais”. Apenas 10 satélites (em 162), entre eles a Lua, têm órbitas com a concavidade voltada sempre para o Sol. Também observamos algumas características muito interessantes na distribuição estatística das órbitas dos satélites do sistema solar, para as quais não temos nenhuma explicação. Finalmente, nós desenvolvemos uma simulação computacional (com o Modellus) com a qual podemos desenhar a órbita de um satélite vista do Sol. Com isso, vimos que a órbita da Lua pode ser caracterizada aproximadamente como um “polígono” de doze lados (um dodecágono), com os lados e vértices arredondados.

Referências

- [Tei80] Antonio S. Teixeira Jr., *Órbita da Lua*, Revista Brasileira de Ensino de Física 2 (1980) 15.
- [Alo72] M. Alonso e E. Finn, *Física: Um Curso Universitário*, vol. 1, Blucher, 1972
- [Cot87] Ph. de la Cotardière (ed.), *Larousse Astronomy*, Hamlim, 1987.
- [Teo03] Vitor D. Teodoro, *Modellus: Learning Physics with Mathematical Modelling*. Tese de Doutorado, Universidade Nova de Lisboa, Lisboa, 2003.
- [Gol02] H. Goldstein, C. Poole, J. Safko, *Classical Mechanics*, Addison–Wesley, 2002, 3^a edição.
- [Tie03] M. Tiersten; *Errors in Goldstein’s Classical Mechanics*; Am. J. Phys. 71 (2003) 103.
- [Poo05] C. P. Poole Jr., J. L. Safko, H. A. Farach; *Orbits of central force law potentials*; Am. J. Phys. 73 (2005) 40
- [Nau05] M. Nauenberg; *Curvature in orbital dynamics*, Am. J. Phys. 73 (2005) 340
- [Ra04] S. Ray, J. Shamanna; *Orbits in a central force field: Bounded orbits*; arXiv:physics/0410149